با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی هشتم
فصل سوم

عنوان فصل: چندضلعی‌ها

از صفحه‌ی ۲۹ تا صفحه‌ی ۵۰ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل چندضلعی‌ها آمده است.
مباحث فصل: چندضلعی‌ها و تقارن، توازی و تعامد، چهارضلعی‌ها، زاویه‌های داخلی، زاویه‌های خارجی

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۳۰ · فعالیت — چندضلعی چیست؟ ۵

۲ صفحه ۳۰ · فعالیت — چندضلعی منتظم ۵

۳ صفحه ۳۰ · کار در کلاس — توصیف چندضلعی‌ها ۵

۴ صفحه ۳۱ · کار در کلاس — رسم چندضلعی‌ها روی صفحه‌ی شطرنجی ... ۶

۵ صفحه ۳۱ · کار در کلاس — خط‌های تقارن چندضلعی‌های منتظم ... ۶

۶ صفحه ۳۱ · فعالیت — دوران ۱۸۰ درجه‌ی مستطیل ۷

۷ صفحه ۳۲ · فعالیت — مرکز تقارن ۷

۸ صفحه ۳۳ · کار در کلاس — کامل کردن شکل با مرکز تقارن ... ۸

۹ صفحه ۳۳ · تمرین — بررسی مرکز تقارن ۸

۱۰ صفحه ۳۴ · فعالیت — زاویه‌ها در خطوط موازی ۸

۱۱ صفحه ۳۴ · فعالیت — خط عمود و موازی ۹

۱۲ صفحه ۳۵ · کار در کلاس — محاسبه‌ی زاویه‌های مجهول ... ۹

۱۳ صفحه ۳۵ · فعالیت — رسم خط موازی ۱۰

۱۴ صفحه ۳۶ · فعالیت — عمود و موازی با علامت‌گذاری ۱۰

۱۵ صفحه ۳۶ · فعالیت — زاویه‌های متوازی‌الاضلاع ۱۱

۱۶ صفحه ۳۷ · کار در کلاس — مثلث متساوی‌الساقین و متوازی‌الاضلاع ... ۱۱

۱۷ صفحه ۳۷ · تمرین — پیدا کردن زاویه‌ی مجهول و تشکیل معادله ... ۱۲

۱۸ صفحه ۳۸ · فعالیت — خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع ۱۲

۱۹ صفحه ۳۹ · کار در کلاس — معادله در متوازی‌الاضلاع ۱۳

۲۰ صفحه ۳۹ · فعالیت — مستطیل، لوزی و مربع ۱۳

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۱ صفحه ۴۰ · کار در کلاس — رابطه‌ی چهارضلعی‌ها ۱۴

۲۲ صفحه ۴۱ · کار در کلاس — چهارضلعی MNPQ در کاشی‌کاری ... ۱۵

۲۳ صفحه ۴۱ · تمرین — لوزی و مربع ۱۵

۲۴ صفحه ۴۱ · تمرین — تا کردن لوزی ۱۵

۲۵ صفحه ۴۱ · تمرین — وسط ضلع‌های مستطیل ۱۶

۲۶ صفحه ۴۱ · تمرین — درست یا نادرست ۱۶

۲۷ صفحه ۴۲ · فعالیت — کاشی‌کاری با یک نوع کاشی ۱۷

۲۸ صفحه ۴۲ · کار در کلاس — کاشی‌کاری با یک نوع کاشی ... ۱۷

۲۹ صفحه ۴۳ · فعالیت — مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی ... ۱۸

۳۰ صفحه ۴۴ · کار در کلاس — مجموع و اندازه‌ی زاویه‌ها در منتظم‌ها ... ۱۹

۳۱ صفحه ۴۵ · تمرین — زاویه‌ی بیست‌ضلعی منتظم و کاشی‌کاری‌ها ... ۱۹

۳۲ صفحه ۴۶ · فعالیت — زاویه‌ی خارجی مثلث ۲۰

۳۳ صفحه ۴۶ · کار در کلاس — زاویه‌های خارجی ۲۰

۳۴ صفحه ۴۷ · فعالیت — زاویه‌ی خارجی و دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور ... ۲۱

۳۵ صفحه ۴۷ · کار در کلاس — مثال نقض برای زاویه‌ی خارجی چهارضلعی ... ۲۱

۳۶ صفحه ۴۸ · کار در کلاس — زاویه‌های مجهول ۲۲

۳۷ صفحه ۴۸ · فعالیت — مجموع زاویه‌های خارجی ۲۲

۳۸ صفحه ۴۹ · کار در کلاس — زاویه‌های خارجی چندضلعی‌ها ... ۲۲

۳۹ صفحه ۴۹ · تمرین — زاویه‌های خارجی متوازی‌الاضلاع و کاشی‌کاری ... ۲۳

۴۰ صفحه ۴۹ · تمرین — لاک‌پشت و زاویه‌ی خارجی ۲۳

۴۱ صفحه ۵۰ · تمرین ترکیبی — جدول خاصیت چهارضلعی‌ها و هشت‌ضلعی منتظم ... ۲۴

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۳۰ فعالیت

۱ــ در صفحه به هر خطِ شکسته‌ی بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند. شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کرده‌اند. شکل «و» چندضلعی نیست؛ چرا؟ شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟

شکلی که یکی از شرط‌های تعریف را نداشته باشد چندضلعی نیست. شکل «و» و شکل «الف» هر کدام به یکی از این دو دلیل چندضلعی نیستند: **بسته نیستند** (خط شکسته‌ی آنها یک سر باز دارد و به نقطه‌ی شروع برنمی‌گردد) یا **ضلع‌هایشان در جایی غیر از رأس‌ها یکدیگر را قطع کرده‌اند**.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲ صفحه ۳۰ فعالیت

۲ــ اگر در یک چندضلعی همه‌ی ضلع‌ها با هم و همه‌ی زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن چندضلعی منتظم است. از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟

۳ــ یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید؛ سپس درباره‌ی تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها و ... توضیح دهید تا دوستتان شکلی را پیدا کند که انتخاب کرده‌اید.

چندضلعی منتظم باید هم‌زمان «همه‌ی ضلع‌ها مساوی» و «همه‌ی زاویه‌ها مساوی» باشد؛ مثل مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع، پنج‌ضلعی منتظم و شش‌ضلعی منتظم. لوزی (با زاویه‌های نابرابر) و مستطیل (با ضلع‌های نابرابر) منتظم نیستند، چون فقط یکی از دو شرط را دارند. در بین شکل‌های «الف» تا «ز» شکل‌هایی که ضلع‌ها و زاویه‌های برابر دارند منتظم‌اند.

نمونه‌ی توصیف (سؤال ۳): «شکل من ۴ ضلع دارد، هر چهار ضلع آن با هم برابرند و هر چهار زاویه‌اش قائمه است» (مربع).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳ صفحه ۳۰ کار در کلاس

۱ــ هر یک از عبارت‌های زیر به کدام چندضلعی‌ها مربوط است؟ (پنج‌ضلعی غیرمنتظم؛ لوزی با زاویه‌ی قائمه؛ خط شکسته‌ی باز؛ چندضلعی منتظم؛ مثلث با زاویه‌ی قائمه؛ ...)

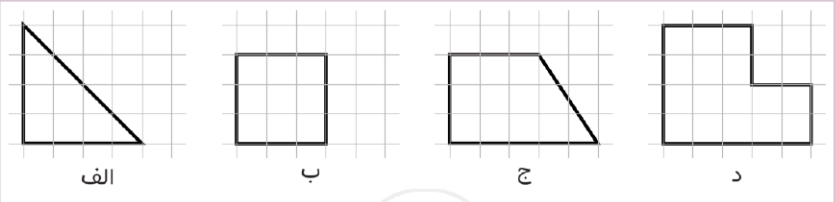
برای هر عبارت، شکلی را انتخاب کنید که آن ویژگی را دارد: «لوزی با زاویه‌ی قائمه» همان مربع است؛ «مثلث با زاویه‌ی قائمه» مثلث قائم‌الزاویه است؛ «پنج‌ضلعی غیرمنتظم» پنج ضلعی است که ضلع‌ها یا زاویه‌هایش مساوی نیستند؛ «خط شکسته‌ی باز» شکلی است که چندضلعی نیست چون بسته نیست.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۳۱ کار در کلاس

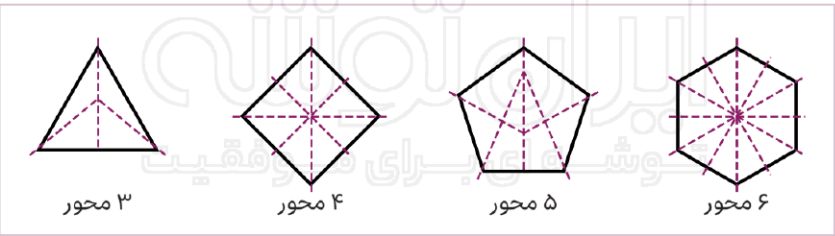
۲ــ چندضلعی‌های زیر را در صفحه‌ی شطرنجی رسم کنید: الف) یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین؛ ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی؛ ج) یک ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه؛ د) یک شش‌ضلعی با دقیقاً سه زاویه‌ی قائمه.



- الف) مثلثی با دو ضلع هم‌اندازه‌ی عمود بر هم (مثلاً ۴ و ۴ خانه).
- ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی همان مربع است (مثلاً ۳ در ۳ خانه).
- ج) ذوزنقه‌ای که یک ساق آن بر دو قاعده عمود است.
- د) شش‌ضلعی «L» شکل که سه زاویه‌ی قائمه دارد.

۵ صفحه ۳۱ کار در کلاس

۳ــ در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید. الف) تعداد خط‌های تقارن هریک از چندضلعی‌های منتظم زیر را پیدا کنید. ب) به نظر شما nضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده‌ضلعی منتظم چطور؟



چندضلعی منتظم	تعداد ضلع	تعداد خط تقارن
مثلث	3	3
مربع	4	4
پنج‌ضلعی	5	5
شش‌ضلعی	6	6

هر nضلعی منتظم دقیقاً n خط تقارن دارد؛ پس ده‌ضلعی منتظم 10 خط تقارن دارد.

۶ صفحه ۳۱ فعالیت

۱ــ یک ورق کاغذ پوستی روی مستطیل بگذارید و تصویر مستطیل را روی آن رسم کنید. نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و کاغذ پوستی را ۱۸۰ درجه حول مرکز دوران بچرخانید. آیا تصویر روی شکل منطبق می‌شود؟

بله؛ وقتی مستطیل را ۱۸۰ درجه حول نقطه‌ی برخورد قطرهایش می‌چرخانیم، تصویر کاملاً روی خود مستطیل می‌افتد. با دوران‌های ۴۵، ۹۰ و ۱۳۵ درجه تصویر روی شکل منطبق نمی‌شود.

۷ صفحه ۳۲ فعالیت

۲ــ شکل روبه‌رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. آیا تصویر روی شکل منطبق می‌شود؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳ــ در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطه‌ی مشخص‌شده مرکز تقارن است؟ به نظر شما nضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟ ده‌ضلعی منتظم چطور؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴ــ یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطه‌ی O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل، نقطه‌ای پیدا کرد که قرینه‌ی آن نسبت به نقطه‌ی O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطه‌ی O در دو شکل دیگر هم مرکز تقارن نیست.

۵ــ کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با ۹۰° دوران حول نقطه‌ی مشخص‌شده در جهت عقربه‌های ساعت روی خودش می‌افتد؟

۲

خیر؛ مثلث متساوی‌الاضلاع بعد از ۱۸۰ درجه چرخش روی خودش نمی‌افتد (رأس آن به وسط ضلع مقابل نمی‌رسد). پس این مثلث مرکز تقارن ندارد.

۳

چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌هایشان زوج است (مربع، شش‌ضلعی، هشت‌ضلعی، ده‌ضلعی، ...) مرکز تقارن دارند؛ چون ۱۸۰ درجه چرخش آنها را روی خودشان می‌اندازد. چندضلعی‌های منتظم با تعداد ضلع فرد (مثلث، پنج‌ضلعی، هفت‌ضلعی) مرکز تقارن ندارند. پس ده‌ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

۴

یک رأس شکل را در نظر می‌گیریم و قرینه‌ی آن را نسبت به O (با ۱۸۰ درجه چرخش) پیدا می‌کنیم؛ این نقطه بیرون از شکل می‌افتد، پس O مرکز تقارن نیست.

۵

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

شکلی که با ۹۰ درجه چرخش بر خودش منطبق می‌شود مربع است (زاویه‌ی دوران ۳۶۰ تقسیم بر ۴).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۸ صفحه ۳۳ کار در کلاس

مانند نمونه هر شکل را طوری کامل کنید که نقطه‌ی O مرکز تقارن باشد.

برای هر نقطه‌ی شکل، قرینه‌ی آن نسبت به O را پیدا می‌کنیم؛ یعنی از نقطه به O وصل می‌کنیم و به همان اندازه در سمت دیگر ادامه می‌دهیم. با وصل‌کردن نقطه‌های قرینه، شکل کامل می‌شود.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۹ صفحه ۳۳ تمرین

در هر شکل، بررسی کنید که نقطه‌ی مشخص‌شده، مرکز تقارن شکل هست یا نه.

اگر نقطه را مرکز دوران ۱۸۰ درجه بگیریم و شکل بر خودش منطبق شود، نقطه مرکز تقارن است. در متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی، مربع و شش‌ضلعی منتظم محل برخورد قطرها مرکز تقارن است ولی در مثلث، ذوزنقه و پنج‌ضلعی منتظم مرکز تقارن وجود ندارد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۰ صفحه ۳۴ فعالیت

۱ــ اگر خطی مانند d1، خطوط a و b را مانند شکل با زاویه‌های مساوی قطع کرده باشد، خطوط a و b با هم موازی‌اند. به خط d1 خط مورب می‌گویند. اگر $A1 = 60^\circ$ باشد، زاویه‌های خواسته‌شده (A2, A3, B1, B2, B3) را پیدا کنید و راه‌حل خود را توضیح دهید.

- $A2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (مکمل A1)
- $A3 = 60^\circ$ (رأسی با A1)
- $B1 = 60^\circ$ (چون a ∥ b، زاویه‌های متناظر مساوی‌اند)
- $B2 = 120^\circ$ (مکمل B1)
- $B3 = 60^\circ$ (رأسی با B1)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۱ صفحه ۳۴ فعالیت

۲ــ خط d2 را بر a عمود کنید و ادامه دهید تا خط b را قطع کند. چرا d2 بر b هم عمود است؟

۳ــ خط d3 با خط b زاویه‌ی 70° ساخته است. خط d3 با خط a چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۴ــ دو خط a و b با هم موازی‌اند و خط d1 مورب است؛ پس زاویه‌های A1 و B1 با هم مساوی‌اند. این مطلب را به صورت زیر نشان می‌دهیم: ($a \parallel b$ و d1 مورب) $\Rightarrow A1 = B1$.

۲) چون $a \parallel b$ و d2 با a زاویه‌ی 90° ساخته است، زاویه‌ی متناظر آن با b هم 90° است؛ پس $d2 \perp b$.

۳) چون $a \parallel b$، زاویه‌ی متناظر مساوی است؛ پس d3 با a هم زاویه‌ی 70° می‌سازد.

۴) دلیل مساوی‌بودن A1 و B1: اگر خط a را روی خط b انتقال دهیم (نقطه‌ی A روی B بیفتد)، زاویه‌ی A1 دقیقاً روی B1 می‌افتد؛ پس با هم مساوی‌اند. A1 مکمل A2، و $A1 = B1$ پس B1 هم مکمل A2 است؛ همچنین A1 مکمل زاویه‌ی کناری خود و B1 رأسی با آن است.

۱۲ صفحه ۳۵ کار در کلاس

۱ــ در هر شکل یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کرده است. اندازه‌ی زاویه‌های مجهول را به دست آورید. (زاویه‌های داده‌شده: 36°، 135°، 65°، 60° برای مجهول‌های x, y, z, t)

۲ــ الف) عبارت‌های $a \parallel b$ و $a \perp c$ را بخوانید. ب) زاویه‌های مساوی را در شکل‌ها با علامت‌گذاری مشخص کنید.

هر زاویه‌ی مجهول یا با زاویه‌ی داده‌شده متناظر / رأسی / مکمل است. اگر زاویه‌ی داده‌شده 135° باشد، زاویه‌ی کناری آن $45^\circ = 135^\circ - 180^\circ$ و زاویه‌ی متناظر آن 135° است؛ اگر 65° باشد، مکمل آن 115° است.

۲ الف) «خط a با خط b موازی است» و «خط a بر خط c عمود است».

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۱۳ صفحه ۳۵ فعالیت

۱ــ می‌خواهیم در صفحه‌ی شطرنجی خطی موازی خط d رسم کنیم. راه‌حل سه دانش‌آموز را مشاهده کنید و توضیح دهید هرکدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است. چرا A1 و B2 مکملاند؟ اگر خط a را روی صفحه انتقال دهیم تا روی خط b قرار گیرد و نقطه‌ی A روی B بیفتد، زاویه‌ی A1 روی کدام زاویه قرار می‌گیرد؟ چگونه از این طریق می‌توان توجیه کرد که زاویه‌ی A1 و زاویه‌ی B2 مکمل یکدیگرند؟

هر سه دانش‌آموز از ویژگی «خطی که با یک مورب زاویه‌های مساوی بسازد، موازی است» یا از انتقال استفاده کرده‌اند: یکی در شبکه، به اندازه‌ی یک بردار ثابت (مثلاً ۲ خانه به راست و ۱ خانه بالا) خط را جابه‌جا کرده؛ دیگری با خط‌کش و گونیا زاویه‌ی مساوی ساخته؛ و سومی دو نقطه را که از d فاصله‌ی برابر دارند به هم وصل کرده است.

با انتقال خط a روی b، زاویه‌ی A1 بر B1 منطبق می‌شود؛ پس A1 = B1. چون B1 و B2 روی خط راست مجاورند و B1+B2 = 180°، پس A1+B2 = 180°؛ یعنی A1 و B2 مکمل‌اند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۴ صفحه ۳۶ فعالیت

۲ــ عمودبودن دو خط را با علامت‌گذاری آنها مشخص می‌کنیم و عبارت «خط l1 بر خط l2 عمود است» را به صورت l1 ⊥ l2 می‌نویسیم. مانند نمونه برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

الف) a ⊥ b و b ∥ c ⇒ a ⊥ c. ب) g ∥ h و k ⊥ h ⇒ ؟ اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود ..... ج) d ∥ e و f ∥ d ⇒ ؟ دو خط موازی با یک خط ..... ؛ دو خط عمود بر یک خط .....

- ب) g ∥ h و k ⊥ h ⇒ k ⊥ g. اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود، بر خط دیگر هم عمود است.
- ج) d ∥ f و e ∥ f ⇒ d ∥ e. دو خط موازی با یک خط، با هم موازی‌اند.
- دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۵ صفحه ۳۶ — فعالیت

۳ــ در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم موازی‌اند. چهارضلعی ABCD یک متوازی‌الاضلاع است. الف) ضلع‌های موازی را با علامت‌گذاری مشخص کنید. ب) جاهای خالی را در رابطه‌های زیر کامل کنید: (AB ∥ DC و مورب AD) ⇒ A1 = ? ، (AB ∥ DC و مورب BC) ⇒ ، (AD ∥ BC و مورب DC) ⇒ ، (AD ∥ BC و مورب AB) ⇒

الف) AB ∥ DC و AD ∥ BC. ب) هر دو زاویه‌ی داخلیِ یک سمت مورب (زاویه‌های هم‌طرف) مکمل هم‌اند و زاویه‌های متبادل مساوی‌اند:

- (AB ∥ DC و مورب AD) ⇒ $\angle A + \angle D = 180^\circ$
- (AB ∥ DC و مورب BC) ⇒ $\angle B + \angle C = 180^\circ$
- (AD ∥ BC و مورب DC) ⇒ $\angle D + \angle C = 180^\circ$
- (AD ∥ BC و مورب AB) ⇒ $\angle A + \angle B = 180^\circ$

نتیجه: زاویه‌های مجاور متوازی‌الاضلاع مکمل‌اند و زاویه‌های روبه‌رو مساوی‌اند ($\angle A = \angle C$ و $\angle B = \angle D$).

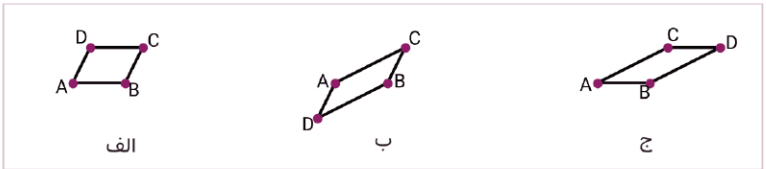
این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۶ صفحه ۳۷ — کار در کلاس

۱ــ الف) یک مثلث متساوی‌الساقین بکشید؛ طوری که پاره‌خط AB قاعده‌ی آن باشد. ب) خط تقارن مثلث را رسم کنید. ج) آیا دو زاویه‌ی مجاور قاعده با هم برابرند؟ د) آیا خط تقارن، عمودمنصف قاعده و نیم‌ساز زاویه‌ی مقابل آن است؟

۲ــ متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که نقاط A، B و C سه تا از رأس‌های آن باشند. برای این سؤال چند پاسخ مختلف می‌توانید پیدا کنید؟

۱) مثلث ABC را با CA = CB رسم می‌کنیم؛ خط تقارن از رأس C به وسط قاعده می‌رود. ج) بله، با تا کردن روی خط تقارن، دو زاویه‌ی مجاور قاعده روی هم می‌افتند و مساوی‌اند. د) بله؛ خط تقارن هم از وسط AB می‌گذرد و بر آن عمود است (عمودمنصف) و هم زاویه‌ی C را نصف می‌کند (نیم‌ساز).



۲) سه پاسخ مختلف وجود دارد؛ رأس چهارم بسته به این‌که کدام نقطه رأس مقابل رأس چهارم باشد، D = A+B−C ،A+C−B یا D = B+C−A است.

irantooshe.ir

۱۷ صفحه ۳۷ تمرین

۱ــ در هر قسمت، اندازه‌ی زاویه‌ی مجهول را پیدا کنید.

۲ــ مانند نمونه با تشکیل معادله، مقدار x را پیدا کنید. (نمونه: $2x+30^\circ+130^\circ=180^\circ \Rightarrow 2x=20^\circ \Rightarrow x=10^\circ$)

۱) در مثلث مجموع زاویه‌ها 180° است؛ زاویه‌های مکمل جمعشان 180° و زاویه‌های رأسی مساوی‌اند. با این سه قاعده هر زاویه‌ی مجهول پیدا می‌شود؛ مثلاً اگر دو زاویه‌ی 55° و 55° در مثلثی داده شده باشد، زاویه‌ی سوم $180^\circ-110^\circ=70^\circ$ است.

۲) برای هر شکل جمع زاویه‌ها را برابر 180° (در مثلث یا روی خط راست) قرار می‌دهیم: مثلاً $(2x-25^\circ)+155^\circ=180^\circ \Rightarrow 2x=50^\circ \Rightarrow x=25^\circ$؛ و $(x+40^\circ)+60^\circ+\ldots=180^\circ$ به همین ترتیب حل می‌شود.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۸ صفحه ۳۸ فعالیت

۱ــ متوازی‌الاضلاعی را رسم، و مانند شکل نام‌گذاری کنید. روی آن کاغذ پوستی بگذارید و تصویر متوازی‌الاضلاع را رسم کنید. نوک مدادتان را روی نقطه‌ی O (محل برخورد قطرها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و تصویر را ۱۸۰ درجه حول این نقطه بچرخانید تا بر شکل منطبق شود.

۲ــ با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی‌ها را کامل کنید: $\angle A=\angle C$، $\angle B=\angle D$؛ $AB=CD$، $BC=AD$. در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو ...؛ ضلع‌های روبه‌رو ...؛ زاویه‌های مجاور ...

۳ــ پاره‌خط OA بر کدام پاره‌خط منطبق شده است؟ پاره‌خط OB چطور؟ با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی‌الاضلاع را پیدا کنید و بنویسید.

- $\angle A=\angle C$ و $\angle B=\angle D$؛ $AB=CD$ و $BC=AD$
- در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو مساوی‌اند.
- در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو مساوی‌اند.
- در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور مکمل‌اند (مجموعشان 180° است).

پاره‌خط OA بر OC و OB بر OD منطبق می‌شود. پس در هر متوازی‌الاضلاع، **قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند**.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۹ صفحه ۳۹ کار در کلاس

۱ــ شکل‌های زیر متوازی‌الاضلاع‌اند. با تشکیل معادله، مقدار x را به دست آورید. (ضلع‌ها: 2x−3 و 7؛ 3x−1 و 17؛ زاویه‌ها: $x+10^\circ$ و 140°؛ $2x+10$ و 130°)

۲ــ در صفحه‌ی شطرنجی متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌هایش قائمه (90°) باشد. چرا زاویه‌های دیگر آن هم حتماً قائمه‌اند؟ توضیح دهید.

- ضلع‌های روبه‌رو مساوی‌اند: $2x-3 = 7 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$
- $3x-1 = 17 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$
- زاویه‌های مجاور مکمل‌اند: $x+10^\circ+140^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$
- زاویه‌های روبه‌رو مساوی‌اند: $2x+10^\circ = 130^\circ \Rightarrow 2x = 120^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$

اگر یک زاویه 90° باشد، زاویه‌ی روبه‌رو هم 90° است و هر زاویه‌ی مجاور با آن مکمل است: $180^\circ-90^\circ = 90^\circ$.
پس هر چهار زاویه قائمه‌اند (شکل مستطیل است).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۰ صفحه ۳۹ فعالیت

۱ــ با توجه به تعریف متوازی‌الاضلاع، کدام یک از شکل‌های زیر متوازی‌الاضلاع است؟

۲ــ در اینجا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده است. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی‌های فعالیت قبل، مثال‌هایی برای هریک پیدا کنید. مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که زاویه‌های قائمه دارد. لوزی متوازی‌الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند. مربع متوازی‌الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های قائمه دارد.

۳ــ می‌دانیم که «در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.» آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند»؟ چرا؟

۱) چهارضلعی‌ای متوازی‌الاضلاع است که ضلع‌های روبه‌رویش دوبه‌دو موازی باشند؛ مستطیل، لوزی و مربع نیز همین شرط را دارند و متوازی‌الاضلاع‌اند ولی ذوزنقه‌ی معمولی و چهارضلعی دلخواه نیستند.

۲) مستطیل: شکلی با ۴ زاویه‌ی قائمه؛ لوزی: چهار ضلع مساوی؛ مربع: هم زاویه‌های قائمه و هم ضلع‌های مساوی.

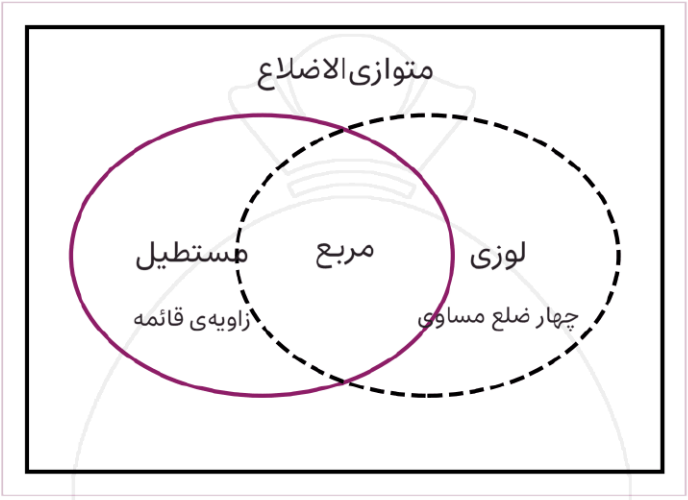
۳) بله. هر لوزی متوازی‌الاضلاع است (ضلع‌های روبه‌رویش موازی‌اند) و هر خاصیتی که برای همه‌ی متوازی‌الاضلاع‌ها درست باشد برای لوزی هم درست است؛ پس قطرهای لوزی یکدیگر را نصف می‌کنند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۱ صفحه ۴۰ کار در کلاس

۱ــ با توجه به نمودار روبه‌رو در جدول زیر، جاهای خالی را پر کنید (متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی، مربع).

۲ــ روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید. مستطیل را مانند شکل نام‌گذاری کنید؛ سپس آن را ابتدا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید. مانند نمونه، توضیح دهید که شکل به‌دست‌آمده چگونه هر یک از خاصیت‌های مستطیل را نشان می‌دهد. (نمونه: در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ چون OA روی OC و OB روی OD قرار گرفته است.) الف) همه‌ی زاویه‌ها در مستطیل با هم برابرند؛ چون ... ب) ضلع‌های روبه‌رو در مستطیل مساوی‌اند؛ چون ... ج) قطرها در مستطیل با هم برابرند؛ چون ...



هر مربع هم مستطیل است و هم لوزی، و هر مستطیل و هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.

- الف) با تا کردن روی خط تقارن، هر زاویه‌ی مستطیل بر زاویه‌ی دیگری از آن منطبق می‌شود؛ پس همه‌ی زاویه‌ها مساوی (هر کدام 90°) هستند.
- ب) در تا کردن روی خط تقارن (عمودمنصف ضلع)، ضلع‌های روبه‌رو روی هم می‌افتند؛ پس مساوی‌اند.
- ج) با تا کردن روی خط تقارن، قطر AC بر قطر BD منطبق می‌شود؛ پس قطرها برابرند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۲۲ صفحه ۴۱ کار در کلاس

۳ــ در یک طرح کاشی‌کاری، مربع ABCD دیده می‌شود. چهارضلعی MNPQ هم با وصل‌شدن وسط ضلع‌های این مربع تشکیل شده است. دو دانش‌آموز توضیح داده‌اند که MNPQ چه نوع چهارضلعی‌ای است: مبین می‌گوید چون با تا کردن مربع روی دو خط تقارنی موازی ضلع‌ها، همه‌ی ضلع‌های MNPQ روی هم می‌افتند، پس لوزی است. هادی می‌گوید چون با تا کردن روی دو قطر، همه‌ی زاویه‌های MNPQ روی هم می‌افتند و مجموعشان 360° است، پس هر کدام 90° است و مستطیل است. دلایل هر دو را بخوانید و توضیح دهید که چگونه به کمک این دو نوشته می‌توانیم نتیجه بگیریم که MNPQ مربع است.

طبق نوشته‌ی مبین چهارضلعی MNPQ چهار ضلع مساوی دارد (لوزی است) و طبق نوشته‌ی هادی چهار زاویه‌ی قائمه دارد (مستطیل است). چهارضلعی‌ای که هم چهار ضلع مساوی و هم چهار زاویه‌ی قائمه داشته باشد، طبق تعریف مربع است؛ پس MNPQ مربع است.

۲۳ صفحه ۴۱ تمرین

۱ــ چهارضلعی ABCD لوزی و چهارضلعی DCEF مربع است. الف) چرا CE = AD؟ ب) چرا AB ∥ EF؟ ج) زاویه‌ی ADF چند درجه است؟ (زاویه‌ی 40° در شکل داده شده است.)

- الف) CE = DC (ضلع‌های مربع) و DC = AD (ضلع‌های لوزی)؛ پس CE = AD.
- ب) DC ∥ EF (ضلع‌های روبه‌روی مربع) و DC ∥ AB (ضلع‌های روبه‌روی لوزی)؛ پس AB ∥ EF.
- ج) اگر زاویه‌ی 40° مربوط به زاویه‌ی لوزی در A باشد، $\angle ADC = 140^\circ$ و $\angle ADF = 360^\circ - 140^\circ - 90^\circ = 130^\circ$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۴ صفحه ۴۱ تمرین

۲ــ روی کاغذ، لوزی دلخواهی بکشید و دور آن را ببرید. این لوزی کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید. به کمک شکل به‌دست‌آمده چه نتایجی در مورد قطرهای لوزی به‌دست می‌آید؟

خط‌های تقارن لوزی همان قطرهای آن هستند. با تا کردن روی هر قطر، نیمه‌ی دیگر روی نیمه‌ی اول می‌افتد؛ پس: ۱) قطرهای لوزی یکدیگر را نصف می‌کنند؛ ۲) قطرها بر هم عمودند؛ ۳) هر قطر زاویه‌های دو سر خود را نصف می‌کند (نیم‌ساز است).

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۵ صفحه ۴۱ تمرین

۳ــ وسط ضلع‌های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی به‌دست‌آمده چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

لوزی است. چهار مثلث قائم‌الزاویه‌ی گوشه‌های مستطیل هم‌نهشت‌اند (دو ضلع قائمه‌ی هر کدام نصف ضلع‌های مستطیل است)؛ پس وترهای آنها، که ضلع‌های چهارضلعی‌اند، با هم مساوی‌اند و چهارضلعی لوزی است. (می‌توان با تا کردن روی دو خط تقارن مستطیل هم نتیجه گرفت.)

۲۶ صفحه ۴۱ تمرین

۴ــ درستی یا نادرستی هریک از جمله‌های زیر را بررسی کنید. الف) قطرهای هر مستطیل با هم مساوی‌اند. ب) قطرهای هر لوزی با هم مساوی‌اند. ج) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند. د) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند.

جمله	درست/نادرست	دلیل
الف	درست	قطرهای مستطیل با هم برابرند.
ب	نادرست	قطرهای لوزی (غیرمربع) برابر نیستند.
ج	نادرست	قطرهای مستطیل (غیرمربع) بر هم عمود نیستند.
د	درست	قطرهای لوزی بر هم عمودند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۷ صفحه ۴۲ **فعالیت**

۱ــ در کاشی‌کاری، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که روی هم نیفتند و جای خالی هم بین آنها نباشد. در اینجا چند نمونه کاشی‌کاری را مشاهده می‌کنید که هر کدام تنها با یک نوع کاشی انجام شده است. حالا به شکل‌های زیر توجه کنید. در هر مورد توضیح دهید، چرا کاشی‌کاری با یک نوع کاشی انجام نمی‌شود؟

۲ــ سطح زیر با مثلث‌هایی هم‌نهشت با مثلث ABC کاشی‌کاری شده است. مثلث آبی انتقال‌یافته‌ی مثلث ABC است، مثلث زرد دوران‌یافته‌ی مثلث ABC است. زاویه‌های متناظر با هریک از زاویه‌های مثلث ABC را در این دو مثلث مشخص کنید. در کاشی‌کاری بالا، قسمتی را که نشان می‌دهد $A+B+C = 180^\circ$ پیدا کنید.

۱) برای کاشی‌کاری با یک نوع کاشی، اطراف هر نقطه مجموع زاویه‌های کاشی‌ها باید دقیقاً 360° شود. در شکل‌هایی که کاشی‌کاری نشده، مجموع زاویه‌ها یا کمتر از 360° است (جای خالی می‌ماند) یا بیشتر (کاشی‌ها روی هم می‌افتند)؛ مثلاً زاویه‌ی هر پنج‌ضلعی منتظم 108° است؛ $3\times108^\circ = 324^\circ<360^\circ$ و $4\times108^\circ = 432^\circ>360^\circ$.

۲) در مثلث انتقال‌یافته هر زاویه متناظرش با همان نام‌گذاری و موقعیت موازی است (A به A' و ...) و در مثلث دوران‌یافته هر زاویه با زاویه‌ی هم‌اندازه‌اش به‌جای دیگری (دورانی) متناظر است. در محلی که سه زاویه‌ی A، B، C کنار هم و روی یک خط راست قرار می‌گیرند، $A+B+C = 180^\circ$ است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۸ صفحه ۴۲ **کار در کلاس**

در کدام شکل، کاشی‌کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟ (شکل‌های الف، ب، ج، د)

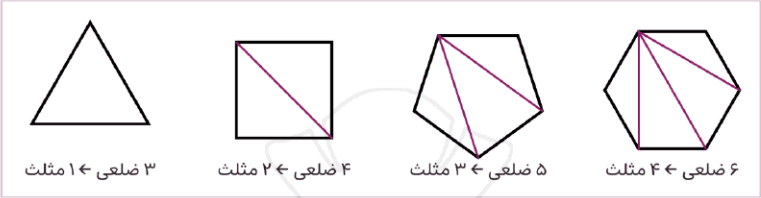
در شکلی که زاویه‌های اطراف یک نقطه جمعشان 360° نشود (جای خالی یا هم‌پوشانی داشته باشد)، کاشی‌کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۹ صفحه ۴۳ فعالیت

الف) با کامل‌کردن جدول، مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های دیگر را به دست آورید. ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های داخلی یک هفت‌ضلعی چند درجه است؟ یک هشت‌ضلعی چطور؟ چرا؟ ج) عبارت جبری زیر را طوری کامل کنید که نشان‌دهنده‌ی مجموع زاویه‌های داخلی یک nضلعی باشد: مجموع زاویه‌های داخلی یک nضلعی = (...−...) × 180°. اکنون با کامل‌کردن جدول زیر اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های منتظم را پیدا کنید. یک عبارت جبری بنویسید که نشان‌دهنده‌ی اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های یک nضلعی منتظم باشد.



تعداد ضلع	تعداد مثلث	مجموع زاویه‌های داخلی
3	1	$180^\circ = 180^\circ \times 1$
4	2	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
5	3	$540^\circ = 180^\circ \times 3$
6	4	$720^\circ = 180^\circ \times 4$
7	5	$900^\circ = 180^\circ \times 5$
8	6	$1080^\circ = 180^\circ \times 6$

هر چندضلعی را با قطرهایی که از یک رأس می‌گذرند به n−2 مثلث تقسیم می‌کنیم؛ پس مجموع زاویه‌های داخلی $180^\circ \times (n-2)$ است. هفت‌ضلعی 900° و هشت‌ضلعی 1080° دارد.

اندازه‌ی هر زاویه‌ی چندضلعی منتظم

تعداد ضلع	مجموع زاویه‌ها	اندازه‌ی هر زاویه
3	180°	$60^\circ = 3 \div 180^\circ$
4	360°	$90^\circ = 4 \div 360^\circ$
5	540°	$108^\circ = 5 \div 540^\circ$
6	720°	$120^\circ = 6 \div 720^\circ$
n	$180^\circ \times (n-2)$	$n \div (180^\circ \times (n-2))$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۰ صفحه ۴۴ کار در کلاس

۱ــ مجموع زاویه‌های هریک از چندضلعی‌های زیر را محاسبه کنید. الف) هفت‌ضلعی منتظم ب) دوازده‌ضلعی منتظم

۲ــ به کمک جواب قسمت (ب) سؤال قبل، اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های دوازده‌ضلعی منتظم را حساب کنید.

۳ــ سطح روبه‌رو با دو نوع کاشی منتظم، کاشی‌کاری شده است. اندازه‌ی زاویه‌های هر دو نوع کاشی را محاسبه کنید.

۴ــ کاشی‌هایی به شکل چندضلعی‌های منتظم داریم و می‌خواهیم سطحی را فقط با یک نوع از آنها کاشی‌کاری کنیم. شکل‌های زیر نشان می‌دهند که با سه‌ضلعی و چهارضلعی منتظم می‌توان کاشی‌کاری کرد. یک نوع کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی‌کاری کرد.

- الف) هفت‌ضلعی: $(7-2) \times 180^\circ = 900^\circ$
- ب) دوازده‌ضلعی: $(12-2) \times 180^\circ = 1800^\circ$

۲) هر زاویه‌ی دوازده‌ضلعی منتظم: $1800^\circ \div 12 = 150^\circ$.

۳) دو نوع کاشی منتظم، هشت‌ضلعی و مربع‌اند: زاویه‌ی هشت‌ضلعی منتظم $(6 \times 180^\circ) \div 8 = 135^\circ$ و زاویه‌ی مربع 90° است؛ و در هر نقطه $135^\circ+135^\circ+90^\circ = 360^\circ$ می‌شود.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴) شش‌ضلعی منتظم؛ زاویه‌ی هر یک 120° است و $3 \times 120^\circ = 360^\circ$؛ پس سه شش‌ضلعی دور یک نقطه جا می‌گیرند.

۳۱ صفحه ۴۵ تمرین

۱ــ اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های یک بیست‌ضلعی منتظم را پیدا کنید.

۲ــ در کاشی‌کاری روبه‌رو تنها یک نوع کاشی به کار رفته است. الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ ب) اندازه‌ی هریک از زاویه‌های آن چقدر است؟

۳ــ شکل روبه‌رو قسمتی از یک بشقاب قدیمی است. حدس می‌زنید این بشقاب چندضلعی بوده است؟ چرا؟

۴ــ به کاشی‌کاری زیر توجه کنید. این کاشی‌کاری با سه نوع کاشی مختلف انجام شده است. شکل سمت راست، قسمتی از این طرح را به‌صورت بزرگ‌تر نمایش داده است. اندازه‌ی زاویه‌های مشخص‌شده را به دست آورید.

۵ــ مجموع زاویه‌های داخلی هر شکل را به دست آورید و با هم مقایسه کنید. (الف) و (ب)

۱) مجموع زاویه‌ها: $(20-2) \times 180^\circ = 3240^\circ$؛ هر زاویه: $3240^\circ \div 20 = 162^\circ$.

۲، ۳، ۴، ۵) این پرسش‌ها به شکل وابسته‌اند. اصل کار: مجموع زاویه‌های اطراف هر نقطه‌ی کاشی‌کاری 360° است؛ زاویه‌ی هر nضلعی منتظم برابر $(180^\circ \times (n-2)) \div n$ است؛ و مجموع زاویه‌های داخلی هر nضلعی $180^\circ \times (n-2)$ است (بنابراین دو شکل با تعداد ضلع برابر مجموع برابر دارند، هرچند شکل متفاوت باشد).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۲ صفحه ۴۶ **فعالیت**

در شکل سمت چپ، زاویه‌ی خارجی رأس A از مثلث ABC از امتدادیافتن ضلع AB تشکیل شده است. در شکل سمت راست، زاویه‌ی خارجی رأس A از امتدادیافتن ضلع AC تشکیل شده است. چرا این دو زاویه مساوی‌اند؟

این دو زاویه، زاویه‌های **رأسی (متقابل به رأس)** هستند و زاویه‌های رأسی همواره با هم مساوی‌اند؛ هر دو مکمل زاویه‌ی داخلی A هم‌اند: $180^\circ - \angle A$.

۳۳ صفحه ۴۶ **کار در کلاس**

۱ــ الف) مانند نمونه در هر یک از مثلث‌های زیر، زاویه‌ی خارجی هر سه رأس را رسم کنید و اندازه‌ی هر کدام را بنویسید. ب) مجموع زاویه‌های خارجی هریک از مثلث‌ها را پیدا کنید. چه رابطه‌ای میان آنها دیده می‌شود؟
۲ــ چندضلعی‌های زیر منتظم‌اند. اندازه‌ی زاویه‌های خواسته‌شده را پیدا کنید.
۳ــ با توجه به شکل، اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته‌شده را پیدا کنید.

۱) زاویه‌ی خارجی هر رأس برابر 180° منهای زاویه‌ی داخلی آن رأس است. در هر مثلث مجموع سه زاویه‌ی خارجی $360^\circ = 180^\circ - 180^\circ \times 3$ می‌شود. مثلاً در مثلثی با زاویه‌های $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ هر زاویه‌ی خارجی 120° است و مجموع آنها 360°. مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث همواره 360° است.

۲) در چندضلعی منتظم nضلعی، هر زاویه‌ی خارجی $360^\circ \div n$ است؛ برای مثال در مثلث متساوی‌الاضلاع 120°، در مربع 90° و در ششضلعی منتظم 60°.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۴ صفحه ۴۷ فعالیت

هدی برای یافتن زاویه‌ی خارجی یکی از رأس‌های مثلث به ترتیب زیر عمل کرد. راه‌حل او را کامل کنید. او رابطه‌ی جالبی را مشاهده کرد. آیا می‌توانید حدس بزنید چه رابطه‌ای؟ هدی با خودش فکر کرد: «آیا هر زاویه‌ی خارجی مثلث برابر با مجموع دو زاویه‌ی داخلی دیگر آن مثلث است؟» با یک مثال دیگر حدس خود را بررسی کرد. این آزمایش نیز حدس او را تأیید کرد. آیا حدس‌زدن و آزمایش‌کردن کافی است؟ چرا؟ یکی از دوستان هدی راه‌حل او را به صورت کلی و بدون درنظرگرفتن مثال نوشت تا به این ترتیب، درستی حدس او را اثبات کند.

مثال اول (زاویه‌های 30° و 80°): $\angle C1 = 180^\circ - (30^\circ+80^\circ) = 70^\circ$ و زاویه‌ی خارجی $\angle C2 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$؛ که برابر $30^\circ+80^\circ = 110^\circ$ است. مثال دوم (زاویه‌های 70° و 30°): $\angle C1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ و $\angle C2 = 30^\circ+70^\circ = 100^\circ = 180^\circ - 80^\circ$.

رابطه: هر زاویه‌ی خارجی مثلث برابر مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور با آن است.

حدس‌زدن و آزمایش‌کردن برای اثبات کافی نیست؛ چون ممکن است حدس در مثال‌های دیگری که امتحان نکرده‌ایم نادرست باشد. باید برای حالت کلی استدلال کرد.

اثبات کلی: در مثلث ABC: $\angle A + \angle B + \angle C1 = 180^\circ$ پس $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C1$. از طرفی زاویه‌ی خارجی $\angle C2 = 180^\circ - \angle C1$. بنابراین $\angle C2 = \angle A + \angle B$.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۵ صفحه ۴۷ کار در کلاس

۱ــ مثالی بیاورید که نشان دهد جمله‌ی زیر، نادرست است: «هر زاویه‌ی خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه‌ی داخلی دیگر آن است.»

مربع را در نظر بگیرید: هر زاویه‌ی خارجی آن 90° است ولی مجموع سه زاویه‌ی داخلی دیگرش $3\times90^\circ = 270^\circ$ است. چون $270^\circ \neq 90^\circ$، جمله نادرست است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۶ صفحه ۴۸ **کار در کلاس**

۲ــ اندازه‌ی دو زاویه‌ی یک مثلث را می‌دانیم؛ پس می‌توانیم اندازه‌ی زاویه‌ی سوم آن را پیدا کنیم. (چگونه؟) برای اینکه بتوانیم اندازه‌ی همه‌ی زاویه‌های هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنیم، دست‌کم چندتا از آنها باید معلوم باشند؟ الف) لوزی ب) چهارضلعی با ضلع‌های نامساوی

زاویه‌ی سوم مثلث: 180° منهای مجموع دو زاویه‌ی معلوم.

- الف) لوزی: دست‌کم **یک** زاویه (زاویه‌ی روبه‌رو مساوی و زاویه‌های مجاور مکمل است).
- ب) چهارضلعی با ضلع‌های نامساوی: دست‌کم **سه** زاویه (زاویه‌ی چهارم 360° منهای مجموع سه زاویه‌ی دیگر).

۳۷ صفحه ۴۸ **فعالیت**

سطر اول جدول زیر نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث برابر 360° است. الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه‌های خارجی شکل‌های بعدی را به دست آورید. ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های خارجی یک هفت‌ضلعی چند درجه است؟ یک هشت‌ضلعی چطور؟

تعداد ضلع	مجموع زاویه‌های داخلی	مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی	مجموع زاویه‌های خارجی
3	$180^\circ \times 1$	$180^\circ \times 3$	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
4	$180^\circ \times 2$	$180^\circ \times 4$	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
5	$180^\circ \times 3$	$180^\circ \times 5$	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
6	$180^\circ \times 4$	$180^\circ \times 6$	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
n	$180^\circ \times (n-2)$	$n \times 180^\circ$	$360^\circ = 180^\circ \times 2$

مجموع زاویه‌های خارجی هر چندضلعی محدب، صرف‌نظر از تعداد ضلع‌ها، همواره 360° است؛ بنابراین برای هفت‌ضلعی و هشت‌ضلعی هم 360° می‌شود.

۳۸ صفحه ۴۹ **کار در کلاس**

۱ــ مجموع زاویه‌های خارجی چندضلعی‌های زیر را حساب کنید. الف) هشت‌ضلعی ب) ده‌ضلعی منتظم
۲ــ به کمک پاسخ قسمت (ب) سؤال قبل، الف) اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی یک ده‌ضلعی منتظم را پیدا کنید. ب) اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی یک ده‌ضلعی منتظم را پیدا کنید.

- الف) هشت‌ضلعی: 360°

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

- ب) ده‌ضلعی منتظم: 360°
- الف) هر زاویه‌ی خارجی ده‌ضلعی منتظم: $360^\circ \div 10 = 36^\circ$
- ب) هر زاویه‌ی داخلی: $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ (با فرمول: $(8 \times 180^\circ) \div 10 = 144^\circ$)

۳۹ صفحه ۴۹ تمرین

۱ــ زاویه‌های خارجی یک متوازی‌الاضلاع در شکل نشان داده شده‌اند. زاویه‌های مساوی را با علامت‌گذاری مشخص کنید.

۲ــ هر یک از طرح‌های زیر با استفاده از سه نوع کاشی منتظم طراحی شده است. با محاسبه‌ی زاویه‌های داخلی هر کاشی منتظم، نشان دهید زاویه‌ی مشخص‌شده در هر شکل 360° است.

۱) در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های داخلی روبه‌رو مساوی‌اند؛ پس زاویه‌های خارجی در رأس‌های روبه‌رو نیز مساوی‌اند (هر زاویه‌ی خارجی مکمل زاویه‌ی داخلی همان رأس است). دو دو زاویه‌ی خارجی مقابل را با یک نوع علامت مشخص می‌کنیم.

۲) زاویه‌ی داخلی کاشی‌های منتظم: مثلث 60°، مربع 90°، شش‌ضلعی 120°، هشت‌ضلعی 135°، دوازده‌ضلعی 150°. مثلاً سه کاشی مربع، شش‌ضلعی و دوازده‌ضلعی: $90^\circ + 120^\circ + 150^\circ = 360^\circ$؛ و مثلث، مربع و دوازده‌ضلعی را نیز می‌توان چنین بررسی کرد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴۰ صفحه ۴۹ تمرین

۳ــ لاک‌پشتی روی لبه‌ی باغچه‌ای حرکت می‌کند. او در هر گوشه می‌چرخد و روی لبه‌ی بعدی قرار می‌گیرد. الف) این لاک‌پشت در هر گوشه به اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی می‌چرخد یا زاویه‌ی خارجی؟ ب) او حرکتش را از نقطه‌ی A شروع کرده است. تا وقتی دوباره به A برگردد، روی هم چند درجه می‌چرخد؟ ج) این لاک‌پشت برای پیمودن محیط هر یک از باغچه‌های منتظم زیر با شروع از نقطه‌ی مشخص‌شده چند درجه می‌چرخد؟ د) در پاسخ قسمت قبل، چه الگویی را مشاهده می‌کنید؟ توضیح دهید.

- الف) به اندازه‌ی **زاویه‌ی خارجی** می‌چرخد.
- ب) تا برگشتن به A یک دور کامل می‌چرخد: 360°.
- ج) برای هر باغچه‌ی منتظم (مثلث، مربع، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، ...) مجموع چرخش‌ها 360° است؛ مثلاً مثلث: $3 \times 120^\circ = 360^\circ$، مربع: $4 \times 90^\circ = 360^\circ$، شش‌ضلعی: $6 \times 60^\circ = 360^\circ$.
- د) الگو: مجموع چرخش‌ها برای هر چندضلعی محدب همیشه 360° است، چه تعداد ضلع‌ها کم باشد یا زیاد؛ این همان مجموع زاویه‌های خارجی است.

۴۱ صفحه ۵۰ **تمرین ترکیبی**

۱ــ هر خانه‌ی جدول را با علامت ✓ یا ✗ کامل کنید. ستون‌ها: ضلع‌های روبه‌رو برابر، ضلع‌های روبه‌رو موازی، زاویه‌های روبه‌رو برابر، قطرها منصف یکدیگر، قطرها برابر. سطرها: متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی، مربع.

۲ــ اندازه‌ی زاویه‌های داخلی و خارجی یک هشت‌ضلعی منتظم را پیدا کنید.

چهارضلعی	ضلع‌های روبه‌رو برابر	ضلع‌های روبه‌رو موازی	زاویه‌های روبه‌رو برابر	قطرها منصف هم	قطرها برابر
متوازی‌الاضلاع	✓	✓	✓	✓	✗
مستطیل	✓	✓	✓	✓	✓
لوزی	✓	✓	✓	✓	✗
مربع	✓	✓	✓	✓	✓

۲) مجموع زاویه‌های داخلی هشت‌ضلعی $1080^\circ = 180 \times (2-8)$ است؛ هر زاویه‌ی داخلی $1080 \div 8 = 135^\circ$ و هر زاویه‌ی خارجی $180 - 135 = 45^\circ$ (یا $360 \div 8 = 45^\circ$).

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir